天行见物理之九 推步师表

李轻舟[†]
(《大学科普》编辑部　重庆　401331)

2019－09－06收到
† email:shalloplee@sina.com
DOI:10.7693/wl20190911

自黄初已后，改作历术，皆斟酌《乾象》所减斗分、朔余、月行阴阳迟疾，以求折衷。洪术为后代推步之师表……

——李淳风《晋书·律历志》

道术分裂

道术将为天下裂。

——《庄子·杂篇·天下》

汉献帝建安二十五年(公元220年)正月，就在搅动曹刘孙三方的襄樊战火熄灭后不久，“奉天子以令不臣”(《三国志·魏书·崔毛徐何邢鲍司马传》)的汉相、魏王曹操病逝于洛阳。三月，许都的汉廷改元延康，持续二十余年的建安政治(以曹氏霸府为核心)落下帷幕，日薄西山的大汉帝国即将直面它的终局。



图1　《至圣先贤图册》(故宫南熏殿旧藏，现收藏于台北故宫博物院)中的郑玄画像

汉历世二十有四，践年四百二十有六，四海困穷，三纲不立，五纬错行，灵祥并见。推术数者，虑之古道，咸以为天之历数，运终兹世，凡诸嘉祥民神之意，比昭有汉数终之极，魏家受命之符。……

——《三国志·魏书·文帝纪》裴松之注引《献帝传》载曹丕受禅告文

延康元年冬十月，汉献帝刘协禅位于魏王曹丕，汉魏嬗代，改元黄初。次年(公元221年)四月，“折而不挠，终不为下”(《三国志·蜀书·先主传》)的汉中王刘备依光武中兴故事在成都践祚，建元章武，高扬汉帜，是为“季汉”(史称“蜀汉”)。

汉享国二十有四世，历年四百三十有四，行气数终，禄祚运尽，普天弛绝，率土分崩。……咸以为天意已去於汉，汉氏已绝祀於天，皇帝位虚，郊祀无主。休徵嘉瑞，前后杂沓，历数在躬，不得不受。……

——《三国志·吴书·吴主传》裴松之注引《吴录》载孙权即位告文

当年(曹魏黄初二年、季汉章武元年)秋八月，面对刘备东征的军事压力，偏霸江东的孙权正式向曹魏称藩，受封吴王。转年(公元222年，曹魏黄初三年、季汉章武二年)，刘备兵败夷陵，魏吴复生嫌隙，孙权叛魏自立，改元黄武，“埋而掘之”(《三国志·吴书·吴主传》)[1]，至黄武八年(公元229年，曹魏太和三年、季汉建兴七年)四月方挟石亭大捷之威登基于武昌，改元黄龙。至此，汉末群雄逐鹿之风云激荡终于演进到三分鼎足的微妙平衡。

天下三分，道术分裂，象征君主“受命而王”的历法趋于多元。“暂时”寄居巴蜀的季汉以光复旗号构建政权合法性，故“刘氏在蜀，仍汉《四分历》”(《晋书·律历志》)，昭示“汉有天下，历数无疆”(《刘备告皇天上帝后土神祇文》)。自元和改历到季汉覆亡(公元85年到公元263年)，《元和四分历》共施用158年。至于曹魏和孙吴，为了彰显新受天命，亟需一部新历法的护持。

善算无偶

洪善算，当世无偶……

——袁山松《后汉书》

早在曹氏霸府初创的建安元年(公元196年)，曾于雒阳(洛阳)太学精研《三统历》和《九章算术》的汉末儒宗郑玄获得了一部新历，“以为穷幽极微，又加注释焉”(《晋书·律历志》)——授历者的便是时任山阳太守的“算圣”刘洪(字元卓)，这部新历“依《易》立数，遁行相号，潜处相求，名为《乾象历》”(同上)。

> 刘歆以来，未有洪比。
>
> ——《晋书·律历志》

据东晋袁山松的《后汉书》记载，创制《乾象历》的刘洪与创制《三统历》的刘歆类似，本是汉室宗亲，系出刘秀侄鲁王(北海靖王)刘兴一脉。但与刘歆“反覆莽世”(《颜氏家训·文章》)不同，刘洪并未卷入东汉末年的朝野动乱，而是“笃信好学，观乎六艺群书意，以为天文数术，探赜索隐，钩深致远，遂专心锐思”(《续汉书·律历志》刘昭注引《博物记》)。自汉桓帝延熹年间(公元158年到公元167年)“以校尉应太史征，拜郎中”(袁山松《后汉书》)后，刘洪在天文历算上开始展露头角，积极参与了二十四节气晷影长、昼夜刻漏等的测算工作。后来，刘洪外迁常山国长史，于汉灵帝熹平三年(公元174年)先后献上“七曜术”和“八元术”以预报月食，不久以父忧去官。其后，刘洪被召为上计掾，再拜郎中，曾在东观与蔡邕共同续补《汉书·律历志》。汉灵帝光和二年到光和三年(公元179年到公元180年)，刘洪迁谒者、谷城门候，两度参与关于交食周期的论辩。

到刘洪外任会稽东部都尉、山阳太守时期，早年间主要在京师雒阳积累的研究经验终于造就了“具有划时代意义”[2]的《乾象历》。这部新历自汉灵帝光和、中平之际初创，历经十余年“考验日月”(袁山松《后汉书》)，于汉献帝建安十一年(公元206年)修定完成，堪为东汉天文历算集大成之作。

理实粹密

> 理实粹密，信可长行。
>
> ——《晋书·律历志》

刘洪创制《乾象历》的思想纲领可归结为两个层面：其形而上者，“依《易》立数”，与先汉刘歆制《三统》、扬雄作《太玄》一脉相承；其形而下者，“追天作历”(《续汉书·律历志》)，与后汉贾逵、蔡邕论历所持之论别无二致。

两汉四百余年来，经“古六历”(“四分历”)、《太初历》(《三统历》)到《元和四分历》，长期施用造成历面后天之现象一直徘徊不去。刘洪“考史官自古迄今历注，原其进退之行，察其出入之验，视其往来，度其终始，始悟《四分》于天疏阔，皆斗分太多故也”(《晋书·律历志》)，所谓“始悟《四分》于天疏阔，皆斗分太多故也”，即刘洪找到了历法偏差的原因正是回归年这个基本参数取值偏大。他首开纪录，有目的性地减小取值，“更以五百八十九为纪法，百四十五为斗分，作《乾象法》”(同上)，即以$365\frac{145}{589}$日为回归年，按十九年七闰法可得朔望月为$29\frac{773}{1457}$日。这不仅在量上提高了历法参数的精度(见表1)，也在质上打开了通向更精密宇宙模型的大门。



图2 临沂的刘洪塑像

东汉的天文历算成就集中在贾逵、李梵、苏统等人对月行不均(月行有迟疾、月球轨道近地点进动等)的把握，刘洪将前代学者成果汇集并在此基础上进一步探索了近点月(anomalistic month，月球连续两次行经轨道近地点所需之时间)长度的算法，所谓“会数从天地凡数，乘余率自乘，如会数而一，为过周分。以从周天，月周除之，历日数也”(同上)，即：

$$过周分=\frac{(会数+天地凡数)\times 余率^2}{会数}$$

$$=\frac{(47+55)\times 29^2}{47}=1825\frac{7}{47}分，$$

表1 《太初历》《四分历》与《乾象历》中基本参数取值与现代值的偏差

历法	回归年(日)	朔望月(日)	与现代值的偏差(秒)
《太初历》(《三统历》)	$365\frac{385}{1539}$	$29\frac{43}{81}$	年：687.777
			月：23.328
《四分历》(“古六历”、《元和四分历》)	$365\frac{1}{4}$	$29\frac{499}{940}$	年：673.920
			月：22.464
《乾象历》	$365\frac{145}{589}$	$29\frac{773}{1457}$	年：343.869
			月：−4.129

表2　《乾象历》中的月离表(有修正)

日期	日转度分	月行分	损益率	列衰	盈缩积
一日	14度10分	276	+22	−1	盈初
二日	14度9分	275	+21	−2	+22
三日	14度7分	273	+19	−3	+43
四日	14度4分	270	+16	−4	+62
五日	14度	266	+12	−4	+78
六日	13度15分	262	+8	−4	+90
七日	13度11分	258	+4	−4	+98
八日	13度7分	254	0	−4	+102
九日	13度3分	250	−4	−4	+102
十日	12度18分	246	−8	−3	+98
十一日	12度15分	243	−11	−4	+90
十二日	12度11分	239	−15	−3	+79
十三日	12度8分	236	−18	−2	+64
十四日	12度6分	234	−20	−1	+46
十五日	12度5分	233	−21	+1	+26
十六日	12度6分	234	−20	+2	+5
十七日	12度8分	236	−18	+3	−15
十八日	12度11分	239	−15	+4	−33
十九日	12度15分	243	−11	+3	−48
二十日	12度18分	246	−8	+4	−59
二十一日	13度3分	250	−4	+4	−67
二十二日	13度7分	254	0	+4	−71
二十三日	13度11分	258	+4	+4	−71
二十四日	13度15分	262	+8	+4	−67
二十五日	14度	266	+12	+4	−59
二十六日	14度4分	270	+16	+3	−47
二十七日	14度7分	273	+19	+2	−31
周日	14度9分	275	+21	少进加	−12

$$历日数=\frac{过周分+周天}{月周}=\frac{1825\frac{7}{47}分+215130分}{7874分/日}=27\frac{3303}{5969}日。$$

其中，“过周分”即月轨近地点经一近点月的进动值(约3.1度，此处1度合589分)，“历日数”即近点月长度，“月周”为月球平均一日运行值。显然，相较于推算过周分的第一个式子，推算历日数的第二个公式具有更清晰的运动学图像或者说物理意义。至于第一式，应当是刘洪从“理论”上凑实测进动值，其中引入“天地凡数”，正是“依《易》立数”之体现。一、三、五、七、九为天数，二、四、六、八、十为地数，所谓“天数五，地数五，五位相得而各有合；天数二十有五，地数三十，凡天地之数五十有五，此所以成变化而行鬼神也”(《易传·系辞》)，故“天地凡数”取五十五。这种推算模式的“合理性”只能在充斥神秘话语的两汉形上学体系中得到保障。

刘洪还给出了“月行迟疾”的精细描述，包括一个近点月内(自月在近地点之日始)月球每日实际运行值“日转度分”或“月行分”(这是同一物理量分别用“度分”和“分”两套单位表示，此处1度合19分)及其与平均运行值(即近点月公式中的“月周”，此处取254分)之差“损益率”、前后两日实际运行值之差“列衰”、实际运行值与平均运行值之差的逐日累积“盈缩积”，由此构成所谓的“月离表”(见表2)[3]，为后世学者创立“招差术”(内插法)和“定朔法”奠定了基础。

中国传统历法至《乾象历》已基本完备，尤以对“月行不均”的探究为最，涵盖近点月、月离表、黄白交点退行(涉及交点月)、黄白交角、月去极度、交食限、交食食分、交食亏起方位、交食周期等，成为后世制历之模范。

流传魏吴

及造《乾象术》，十余年，考验日月，与象相应，皆传于世。

——袁山松《后汉书》

著有《数术记遗》东莱人徐岳曾师从刘洪，他是推动《乾象历》在曹魏和孙吴两国流传的关键角色。

汉灵帝之末，《四分历》与天违错。时会稽东部都尉太山刘洪善于推候，乃考术史官自古至今历法，原其进退之行，察其出入之验，视其往来，度其终始，课斗下分不能四分之一，减以为五百八十九分之一百四十五，更造《乾象历》，以追日月五星之行。比于诸家，最为精密。今史官所用，则其历也。故所作浑象，诸分度节次，及昏明中星，皆更以《乾象》法作之。

——王蕃《浑天象说》

在孙吴方面，“究览群籍，兼通历数”(《三国志·吴书·张严程阚薛传》)的大儒阚泽自徐岳处受《乾象历》，“著《乾象历注》以正时日”(同上)，其后王蕃更是“以洪术精妙，用推浑天之理，以制仪象及论”(《晋书·律历志》)。黄武二年(公元223年，曹魏黄初四年、

季汉章武三年)春正月，“改《四分》，用《乾象历》”(《三国志·吴书·吴主传》)，至西晋平吴(公元280年)，共施用58年。

在曹魏方面，过程稍显曲折。曹丕于黄初元年(公元220年)受禅御极之时，曾制诏三公，下令“议改正朔，易服色，殊徽号，同律度量，承土行”(《三国志·魏书·文帝纪》裴松之注引《献帝传》)。太史丞韩翊以为刘洪的《乾象历》“减斗分太过，后当先天”(《晋书·律历志》)，遂制《黄初历》，将回归年定为$365\frac{1205}{4883}$日，据十九年七闰法可得朔望月为$29\frac{121771}{229501}$日(约29.53059日，极其精准)。其后，重臣尚书令陈群上奏，指出“历数难明，前代通儒多共纷争。黄初之元以《四分历》久远疏阔，大魏受命，宜改历明时，韩翊首建，犹巩不审，故以《乾象》互相参校。其所校日月行度，弦望朔晦，历三年，更相是非，无时而决。案三公议皆综尽典理，殊涂同归，欲使效之璿玑，各尽其法，一年之间，得失足定”(同上)，得到曹丕允准。在汉魏嬗代的舆论造势中发挥过重要作用的太史令许芝、给事中博士董巴等官员亦陈说意见，而争论则主要在徐岳、杨伟和韩翊同门三人间展开。

徐岳极力推崇刘洪之《乾象历》，指出“今韩翊所造，皆用洪法，小益斗下分，所错无几。翊所增减，致亦留思，然十术新立，犹未就悉，至于日蚀，有不尽效”(同上)，非难韩翊之《黄初历》。韩翊不服，徐岳于是分别用《乾象历》和《黄初历》推算黄初二年到黄初三年间木、土、金、水四星十四次见伏时间并与实测值比较，结果“《乾象》七近二中，《黄初》五近一中”，“翊术自疏”(同上)。杨伟更是指责韩翊，明言“今韩翊据刘洪术者，知贵其术，珍其法。而弃其论，背其术，废其言，违其事，是非必使洪奇妙之式不传来世。若知而违之，是挟故而背师也；若不知而据之，是为挟不知而罔知也”(同上)。

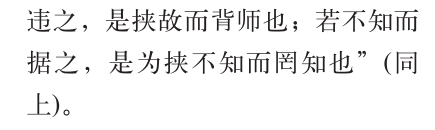




图3 莱州的徐岳塑像

> 臣之所建《景初历》，法数则约要，施用则近密，治之则省功，学之则易知。虽复使研桑心算，隶首运筹，重黎司晷，羲和察景，以考天路，步验日月，究极精微，尽术数之极者，皆未能并臣如此之妙也。是以累代历数，皆疏而不密，自黄帝以来，常改革不已。
>
> ——杨伟《上〈景初历〉表》

黄初年间(公元220年到公元226年)的改历之议直到魏文帝曹丕驾崩也未有定论，结果是“文皇帝即位，以受禅于汉，因循汉正朔弗改”(《三国志·魏书·明帝纪》裴松之注引王沈《魏书》)。魏明帝曹睿嗣位后，常以改历为念。太和年间(公元227年到公元233年)，有太史上《太和历》，曹睿令精于天文的高堂隆与时任尚书郎的杨伟、太史待诏骆禄“参共推校”(《三国志·魏书·辛毗杨阜高堂隆传》裴松之注引鱼豢《魏略》)，杨伟和骆禄支持《太和历》，高堂隆“故据旧历更相劾奏，纷纭数岁”，最终“诏从太史”(同上)。到魏明帝景初元年(公元237年，季汉建兴十五年、孙吴嘉禾六年)，杨伟在《乾象历》基础上造《景初历》，以$365\frac{455}{1843}$日为回归年，以$29\frac{2419}{4559}$日为朔望月，并明确给出了交食的食分和亏起方位的推算方法。当年三月，曹魏“改《太和历》曰《景初历》”(《三国志·魏书·明帝纪》)，行殷正，以建丑月为岁首。两年后，曹睿晏驾，复行夏正。

至此，刘元卓之《乾象历》连同续出之《景初历》，三分天下有其二矣。

参考文献

[1] 曹丕讥讽孙权反复无常之语，典出“狐埋之而狐搰之，是以无成功”(《国语·吴语》)，参见：(春秋)左丘明．国语(下册)．上海：上海古籍出版社，1978. 591-595

[2] (日)薮内清 著，杜石然 译. 中国的天文历法. 北京：北京大学出版社，2017. 57

[3] 陈美东，张培瑜. 月离表初探. 自然科学史研究，1987，6(2)：135-146